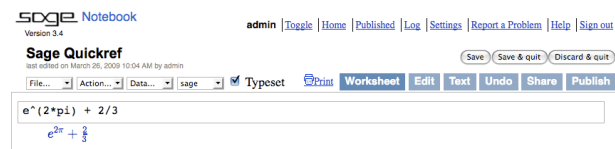


Sage 快速参考

William Stein (based on work of P. Jipsen)
GNU Free Document License, extend for your own use

Notebook



执行单元: <shift-enter>

执行单元并新建单元: <alt-enter>

分割单元: <control-; >

合并单元: <control-backspace>

插入数学单元: 点击单元间的蓝线

插入文本/HTML 单元: shift-点击单元间的蓝线

删除单元: 删除内容后退格 (backspace)

命令行

`com<tab>` 自动完成 `command`

`*bar*?` 列出所有包含“bar”的命令

`command?<tab>` 显示文档

`command??<tab>` 显示源代码

`a.<tab>` 显示对象a的方法 (或 `dir(a)`)

`a._<tab>` 显示对象 a 的隐藏方法

`search_doc("string or regexp")` 文档全文搜索

`search_src("string or regexp")` 搜索源代码

`_` 前一项输出

数

整数: $\mathbf{Z} = \mathbb{Z}$ 例 `-2 -1 0 1 10^100`

有理数: $\mathbf{Q} = \mathbb{Q}$ 例 `1/2 1/1000 314/100 -2/1`

实数: $\mathbf{R} \approx \mathbb{R}$ 例 `.5 0.001 3.14 1.23e10000`

复数: $\mathbf{C} \approx \mathbb{C}$ 例 `CC(1,1) CC(2.5,-3)`

双精度: RDF 与 CDF 例 `CDF(2.1,3)`

模 n 剩余类: $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z} = \mathbb{Z}_{\text{mod}}$ 例 `Mod(2,3) Zmod(3)(2)`

有限域: $\mathbf{F}_q = \mathbb{GF}$ 例 `GF(3)(2) GF(9,"a").0`

多项式: $R[x,y]$ 例 `S.<x,y>=QQ[] x+2*y^3`

幂级数: $R[[t]]$ 例 `S.<t>=QQ[][] 1/2+2*t+0(t^2)`

p 进整数: $\mathbf{Z}_p \approx \mathbb{Z}_p$, $\mathbf{Q}_p \approx \mathbb{Q}_p$ 例 `2+3*5+0(5^2)`

代数闭包: $\overline{\mathbf{Q}} = \mathbb{QQbar}$ 例 `QQbar(2^(1/5))`

区间算术: RIF 例 `sage: RIF((1,1.00001))`

数域: $\mathbf{R}<x> = \mathbb{QQ}[x]$; $\mathbf{K}<a> = \text{NumberField}(x^3+x+1)$

算术

$ab = a*b$ $\frac{a}{b} = a/b$ $a^b = a^b$ $\sqrt{x} = \text{sqrt}(x)$

$\sqrt[n]{x} = x^(1/n)$ $|x| = \text{abs}(x)$ $\log_b(x) = \log(x,b)$

和: $\sum_{i=k}^n f(i) = \text{sum}(f(i) \text{ for } i \text{ in } (k..n))$

积: $\prod_{i=k}^n f(i) = \text{prod}(f(i) \text{ for } i \text{ in } (k..n))$

常数与函数

常数: $\pi = \text{pi}$ $e = e$ $i = i$ $\infty = \text{oo}$

$\phi = \text{golden_ratio}$ $\gamma = \text{euler_gamma}$

π 近似值: `pi.n(digits=18) = 3.14159265358979324`

函数: `sin cos tan sec csc cot sinh cosh tanh sech csch coth log ln exp ...`

Python 函数: `def f(x): return x^2`

交互函数

把 `@interact` 放在函数前 (vars determine controls)

`@interact`

```
def f(n=[0..4], s=(1..5), c=Color("red")):
    var("x"); show(plot(sin(n*x^s), -pi, pi, color=c))
```

符号式

定义新符号变元: `var("t u v y z")`

符号函数: 例 $f(x) = x^2$ `f(x)=x^2`

关系式: `f==g f<=g f>=g f<g f>g`

求解 $f = g$: `solve(f(x)==g(x), x)`

`solve([f(x,y)==0, g(x,y)==0], x,y)`

`factor(...)` `expand(...)` `(...).simplify_...`

`find_root(f(x), a, b)` 寻找 $x \in [a,b]$ s.t. $f(x) \approx 0$

微积分

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \text{limit}(f(x), x=a)$

$\frac{d}{dx}(f(x)) = \text{diff}(f(x), x)$

$\frac{\partial}{\partial x}(f(x,y)) = \text{diff}(f(x,y), x)$

`diff = differentiate = derivative`

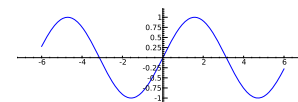
$\int f(x)dx = \text{integral}(f(x), x)$

$\int_a^b f(x)dx = \text{integral}(f(x), x, a, b)$

$\int_a^b f(x)dx \approx \text{numerical_integral}(f(x), a, b)$

a 点的 n 次 Taylor 多项式: `taylor(f(x), x, a, n)`

2D 作图



`line([(x1,y1), ..., (xn,yn)], options)`

`polygon([(x1,y1), ..., (xn,yn)], options)`

`circle((x,y), r, options)`

`text("txt", (x,y), options)`

`options` 与 `plot.options` 用法相同, 例 `thickness=pixel`,

`rgbcolor=(r,g,b)`, `hue=h` 其中 $0 \leq r, b, g, h \leq 1$

`show(graphic, options)`

使用 `figsize=[w,h]` 调整大小

使用 `aspect_ratio=number` 调整纵横比

`plot(f(x), (x, xmin, xmax), options)`

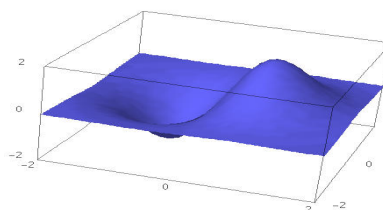
`parametric_plot((f(t), g(t)), (t, t_min, t_max), options)`

`polar_plot(f(t), (t, t_min, t_max), options)`

结合: `circle((1,1),1)+line([(0,0), (2,2)])`

`animate(list of graphics, options).show(delay=20)`

3D 作图



`line3d([(x1,y1,z1), ..., (xn,yn,zn)], options)`

`sphere((x,y,z), r, options)`

`text3d("txt", (x,y,z), options)`

`tetrahedron((x,y,z), size, options)`

`cube((x,y,z), size, options)`

`octahedron((x,y,z), size, options)`

`dodecahedron((x,y,z), size, options)`

`icosahedron((x,y,z), size, options)`

`plot3d(f(x,y), (x,xb,xe), (y,yb,ye), options)`

`parametric_plot3d((f,g,h), (t,tb,te), options)`

`parametric_plot3d((f(u,v), g(u,v), h(u,v)), (u,ub,ue), (v,vb,ve), options)`

`options: aspect_ratio=[1,1,1], color="red"`

`opacity=0.5, figsize=6, viewer="tachyon"`

离散数学

$\lfloor x \rfloor = \text{floor}(x)$ $\lceil x \rceil = \text{ceil}(x)$

n 除以 k 的余数 = $n\%k$ $k|n$ iff $n\%k==0$

$n! = \text{factorial}(n)$ $\binom{x}{m} = \text{binomial}(x,m)$

$\phi(n) = \text{euler_phi}(n)$

字符串: 例 $s = \text{"Hello"} = \text{"He"} + \text{"llo"}$

$s[0]=\text{"H"}$ $s[-1]=\text{"o"}$ $s[1:3]=\text{"el"}$ $s[3:]=\text{"lo"}$

列表: 例 $[1, \text{"Hello"}, x] = [] + [1, \text{"Hello"}] + [x]$

元组: 例 $(1, \text{"Hello"}, x)$ (immutable)

集合: 例 $\{1, 2, 1, a\} = \text{Set}([1, 2, 1, \text{"a"}]) (= \{1, 2, a\})$

列表推导式 \approx 描述法表示集合 (set builder notation), 例

$\{f(x) : x \in X, x > 0\} = \text{Set}([f(x) \text{ for } x \text{ in } X \text{ if } x > 0])$

图论



图: $G = \text{Graph}(\{0: [1, 2, 3], 2: [4]\})$

有向图: $\text{DiGraph}(\text{dictionary})$

图族: $\text{graphs.}(\text{tab})$

不变量: $G.\text{chromatic_polynomial}()$, $G.\text{is_planar}()$

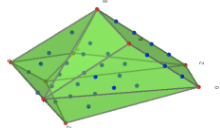
路径: $G.\text{shortest_path}()$

可视化: $G.\text{plot}()$, $G.\text{plot3d}()$

自同构: $G.\text{automorphism_group}()$,

$G1.\text{is_isomorphic}(G2)$, $G1.\text{is_subgraph}(G2)$

组合学



整数序列: $\text{sloane_find}(\text{list})$, $\text{sloane.}(\text{tab})$

分划: $P = \text{Partitions}(n)$ $P.\text{count}()$

组合: $C = \text{Combinations}(\text{list})$ $C.\text{list}()$

笛卡尔积: $\text{CartesianProduct}(P, C)$

Tableau: $\text{Tableau}([[1, 2, 3], [4, 5]])$

字: $W = \text{Words}(\text{"abc"})$; $W(\text{"aabca"})$

偏序集: $\text{Poset}([[1, 2], [4], [3], [4], []])$

根系: $\text{RootSystem}(["A", 3])$

Crystals: $\text{CrystalOfTableaux}(["A", 3], \text{shape}=[3, 2])$

Lattice Polytopes: $A = \text{random_matrix}(\text{ZZ}, 3, 6, x=7)$

$L = \text{LatticePolytope}(A)$ $L.\text{npoints}()$ $L.\text{plot3d}()$

矩阵代数

$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \text{vector}([1, 2])$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \text{matrix}(\text{QQ}, [[1, 2], [3, 4]], \text{sparse}=\text{False})$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \text{matrix}(\text{QQ}, 2, 3, [1, 2, 3, 4, 5, 6])$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \text{det}(\text{matrix}(\text{QQ}, [[1, 2], [3, 4]]))$

$Av = A*v$ $A^{-1} = A^{-1}$ $A^t = A.\text{transpose}()$

求解 $Ax = v$: $A \setminus v$ 或 $A.\text{solve_right}(v)$

求解 $xA = v$: $A.\text{solve_left}(v)$

约化行阶梯型: $A.\text{echelon_form}()$

秩与零度: $A.\text{rank}()$ $A.\text{nullity}()$

Hessenberg 型: $A.\text{hessenberg_form}()$

特征多项式: $A.\text{charpoly}()$

特征值: $A.\text{eigenvalues}()$

特征向量: $A.\text{eigenvectors_right}()$ (also left)

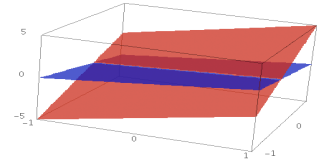
Gram-Schmidt 正交化: $A.\text{gram_schmidt}()$

可视化: $A.\text{plot}()$

LLL 约化: $\text{matrix}(\text{ZZ}, \dots).\text{LLL}()$

Hermite 型: $\text{matrix}(\text{ZZ}, \dots).\text{hermite_form}()$

线性代数



向量空间 $K^n = K^n$ 例 QQ^3 RR^2 CC^4

子空间: $\text{span}(\text{vectors}, \text{field})$

例, $\text{span}([[1, 2, 3], [2, 3, 5]], \text{QQ})$

核: $A.\text{right_kernel}()$ (also left)

和与交: $V + W$ and $V.\text{intersection}(W)$

基: $V.\text{basis}()$

基矩阵: $V.\text{basis_matrix}()$

矩阵限制在子空间: $A.\text{restrict}(V)$

向量在基下的坐标: $V.\text{coordinates}(\text{vector})$

数值计算

包: $\text{import numpy, scipy, cvxopt}$

最小化: $\text{var}(\text{"x y z"})$

$\text{minimize}(x^2 + x*y^3 + (1-z)^2 - 1, [1, 1, 1])$

数论

素数: $\text{prime_range}(n, m)$, is_prime , next_prime

素因数分解: $\text{factor}(n)$, $\text{qsieve}(n)$, $\text{ecm.factor}(n)$

Kronecker 符号: $\left(\frac{a}{b}\right) = \text{kronecker_symbol}(a, b)$

连分数: $\text{continued_fraction}(x)$

Bernoulli 数: $\text{bernoulli}(n)$, $\text{bernoulli_mod_p}(p)$

椭圆曲线: $\text{EllipticCurve}([a_1, a_2, a_3, a_4, a_6])$

Dirichlet 特征: $\text{DirichletGroup}(N)$

模形式: $\text{ModularForms}(\text{level}, \text{weight})$

Modular symbols: $\text{ModularSymbols}(\text{level}, \text{weight}, \text{sign})$

Brandt 模: $\text{BrandtModule}(\text{level}, \text{weight})$

Modular abelian 簇: $J_0(N)$, $J_1(N)$

群论

$G = \text{PermutationGroup}([(1, 2, 3), (4, 5)], [(3, 4)])$

$\text{SymmetricGroup}(n)$, $\text{AlternatingGroup}(n)$

交换群: $\text{AbelianGroup}([3, 15])$

矩阵群: GL , SL , Sp , SU , GU , SO , GO

函数: $G.\text{sylow_subgroup}(p)$, $G.\text{character_table}()$,

$G.\text{normal_subgroups}()$, $G.\text{cayley_graph}()$

非交换环

四元数: $Q.\langle i, j, k \rangle = \text{QuaternionAlgebra}(a, b)$

自由代数: $R.\langle a, b, c \rangle = \text{FreeAlgebra}(\text{QQ}, 3)$

Python 模块

$\text{import module_name}$

$\text{module_name.}(\text{tab})$ 与 $\text{help}(\text{module_name})$

分析与调试

time command : 显示时间信息

$\text{timeit}(\text{"command"})$: 精确时间控制

$t = \text{cputime}()$; $\text{cputime}(t)$: CPU 运行时间

$t = \text{walltime}()$; $\text{walltime}(t)$: 系统时间

$\%pdb$: 开启交互调试 (仅在命令行)

$\%prun \text{command}$: 配置命令 (仅在命令行)